



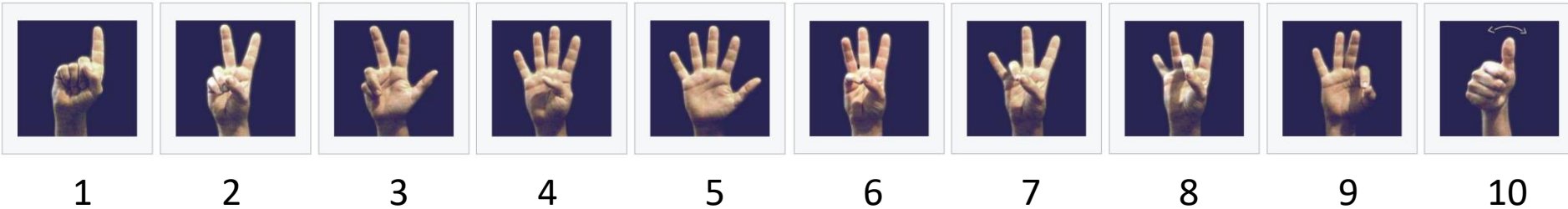
Bilgisayar Ağlarına Giriş

Ders notları 5 – Sayı sistemleri

Dr. Öğr. Üyesi Hüseyin Bilal MACİT
2020

Dijital nedir?

- **Dijit** kelimesi, Latince digitus kelimesinden gelmektedir ve bir çok sözlükte Türkçe karşılığı parmak olarak ifade edilmiştir. Roma rakamlarının parmaklarla sayılması ile Latince parmakla işaret edilen anlamına gelen «digitalis» kelimesi de buradan türemiştir. Günümüzde **dijital** kelimesinin Türkçe karşılığı «sayısal» olarak sözlüklere geçmiştir.



- Bugün kullandığımız hesap makinelerinden gelişmiş bilgisayarlara kadar tüm cihazlar dijital teknoloji olarak adlandırılır ve hepsinin çalışma prensibi sayılar üzerine kuruludur.

Onlu (decimal) sayı sistemi

- Desimal sayı sistemi, günlük hayatta kullandığımız sayı sistemidir.
- Desimal sayı sistemi; «0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9» rakamlarını kullanır.
- Bu on rakamı kullanarak olası tüm sayıları ifade etmek mümkündür.
- Desimal sayı sistemi, 10' un üsleri mantığı ile çalışır. Yan yana yazılan rakamlar, sırasıyla sağdan sola basamaklar olarak ifade edilir.
- Sağdan sola basamak sırası 0' dan başlayacak şekilde, her basamağın adı; $10^{\text{basamak sırası}}$ şeklinde ifade edilir. Örneğin sağdan üçüncü basamak 10^2 yani 100' ler basamağı olarak adlandırılır.

Basamak değeri	1000	100	10	1
Üs	10^3	10^2	10^1	10^0
Sembol sayısı	10			

Onlu (decimal) sayı sistemi

➤ Örneğin $(2105)_{10}$ sayısı analiz edilirse;

Dijit	2	1	0	5
Basamak sırası	3	2	1	0
Basamak çarpanı	10^3	10^2	10^1	10^0
Basamak adı	Binler	Yüzler	Onlar	Birler

➤ $= (2 \times 10^3) + (1 \times 10^2) + (0 \times 10^1) + (5 \times 10^0)$

➤ $= 2000 + 100 + 0 + 5$

➤ $= 2105$

İkili (binary) sayı sistemi

- Elektronik cihazlar; **Boolean cebri** ile çalışır. Boolean cebri, İngiliz matematikçi George Boole' un 1847 yılında yazdığı ilk kitabı «*The Mathematical Analysis of Logic*» ile tanıtılmıştır. Matematiksel mantıkta Boolean cebrinde bir değişkenin alabileceği iki değer vardır ve bu değerler «doğru» veya «yanlış» ifade edilir.
- Günümüz elektronik sistemlerinin sayısal modelini oluşturmamızı sağlayan Boolean cebri; 1 ve 0 rakamlarını kullanır.
- Örneğin;
 1. bir lamba yanıyorsa 1, yanmıyorsa 0
 2. bir kapasitör şarj olmuşsa 1, olmamışsa 0
 3. Bir anahtar açıksa 1, kapalıysa 0şeklinde ifade edilebilir.

İkili (binary) sayı sistemi

- 1 ve 0 rakamlarının yan yana kullanılarak oluşturulduğu sayı sistemine ikili sayı sistemi denir.
- Yan yana yazılan dijitaler, sırasıyla sağdan sola basamaklar olarak ifade edilir.
- İkili sayıdaki her bir dijite bir **bit** denir. Sayının kaç bit olduğu, basamak sayısı sayılarak ölçülür.

Basamak değeri	8	4	2	1
Üs	2^3	2^2	2^1	2^0
Sembol sayısı	2			

İkili (binary) sayı sistemi

➔ Örneğin 8 bit 10100011 sayısı analiz edilirse;

Dijit	1	0	1	0	0	0	1	1
Basamak sırası	7	6	5	4	3	2	1	0
Basamak çarpanı	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Çarpan	128	64	32	16	8	4	2	1

➔ 10100011 ikili sayısının desimal karşılığı aşağıdaki şekilde hesaplanabilir:

$$\text{➔ } = (1 \times 2^7) + (0 \times 2^6) + (1 \times 2^5) + (0 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$$

$$\text{➔ } = 128 + 32 + 2 + 1 = \mathbf{163}$$

İkili (binary) sayı sistemi

➤ 8 bit sayı, en büyük değerini tüm dijitlerinin 1 olması durumunda $(11111111)_2$ ve en küçük değerini tüm dijitlerinin 0 olması durumunda $(00000000)_2$ alır.

➤ $(11111111)_2$ sayısının desimal karşılığı:

$$= (1 \times 2^7) + (1 \times 2^6) + (1 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$$

= 255 olarak hesaplanır.

➤ $(00000000)_2$ sayısının desimal karşılığı:

$$= (0 \times 2^7) + (0 \times 2^6) + (0 \times 2^5) + (0 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (0 \times 2^0)$$

= 0 olarak hesaplanır.

➤ Bir ikili sayının alabileceği maksimum değer: « $2^{\text{bit sayısı}} - 1$ » olarak hesaplanabilir.

İkili (binary) sayı sistemi

➤ Onlu sistemde negatif sayıları ifade etmek için sayının başına – işareti konur. Eğer sayının negatif olma ihtimali varsa, ikili sistemde de benzer şekilde soldan ilk bit **işaret biti** olarak ayrılır. Negatif sayı olabilen sayılara **işaretli (signed)**, olmayanlara **işaretsiz (unsigned)** sayılar denir.

➤ Örneğin 8 bit 10100011 sayısı işaretli (signed) bir sayı ise;

Dijit	1	0	1	0	0	0	1	1
Basamak sırası	7	6	5	4	3	2	1	0
Basamak çarpanı	işaret	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
Çarpan	-1	64	32	16	8	4	2	1

➤ 8 bit sayının 7 biti sayının değerini, 1 biti ise işaretini ifade etmektedir. Bu durumda bu sayının alabileceği minimum değer $-2^7+1 = -127$, maksimum değer $2^7-1 = 127$ dir..

➤ 10100011 sayısının desimal değeri:

$$= (-1 \times 1) \times [(0 \times 2^6) + (1 \times 2^5) + (0 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (1 \times 2^1) + (1 \times 2^0)] = -35$$

İkili (binary) sayı sistemi

➔ Günümüzde iletişimde kullanılan adresleme sistemlerinden biri olan IPv4, 4 adet 8 bitlik ikili sayı sisteminden oluşmaktadır. Ancak işletim sistemi kullanıcıya ikili sayıların onlu karşılıklarını gösterir.

Otomatik olarak bir IP adresi al

Aşağıdaki IP adresini kullan:

IP adresi:

Alt ağ maskesi:

Varsayılan ağ geçidi:

Desimal	192	.	168	.	1	.	2
İkili	11000000		10101000		00000001		00000010

➔ Bir işlemcinin herhangi bir portu üzerinden aynı anda gönderebileceği «kelime» uzunluğu o işlemcinin bit sayısını belirtir. Yani işlemcinin tek seferde işleyebildiği veri boyutu işlemcinin kaç bit olduğunu gösterir. 32 bitlik işlemciler, tek seferde 32 bit uzunluğunda kelime üretir ve işleyebilirler. 32 bitlik bir işlemcinin bellek adresi, adres veri yolları ve ilgili veri yollarına bağlı birimleri de 32 bitlidir. Teorik olarak 2 adet 32 bitlik işlemci kullanarak bir seferde 64 bitlik kelime de çevrilebilir.

İkili (binary) sayı sistemi

➔ Desimal sistemdeki bir sayıyı ikili sisteme çevirmek biraz daha karmaşıktır. Örneğin $156_{(10)}$ sayısı ikili sisteme aşağıdaki gibi çevrilir:

$$156 \div 2 = 78 \text{ (kalan} \rightarrow 0)$$

$$78 \div 2 = 39 \text{ (kalan} \rightarrow 0)$$

$$39 \div 2 = 19 \text{ (kalan} \rightarrow 1)$$

$$19 \div 2 = 9 \text{ (kalan} \rightarrow 1)$$

$$9 \div 2 = 4 \text{ (kalan} \rightarrow 1)$$

$$4 \div 2 = 2 \text{ (kalan} \rightarrow 0)$$

$$2 \div 2 = 1 \text{ (kalan} \rightarrow 0)$$

$$1 \div 2 = 0 \text{ (kalan} \rightarrow 1)$$

İşlemlerden elde edilen kalanlar sırasıyla aşağıdan yukarıya yazılarak desimal sayının ikili karşılığı bulunur:

➔ $156_{(10)} = (10011100)_2$

Sekizli (oktal) sayı sistemi

- Sekizli sayı sistemi; «0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7» dijitlerini kullanan sayı sistemidir.
- Bilgisayarda adresleme işlemlerinin yapılması için ilk kullanılan sayı sistemlerindendir.
- Bir oktal sayı $(xyz)_8$ şeklinde gösterilir.
- Her oktal dijit üç ikili dijit ile yani 3 bit ile ifade edilebilir.

Basamak değeri	512	64	8	1
Üs	8^3	8^2	8^1	8^0
Sembol sayısı	8			

Sekizli (oktal) sayı sistemi

➔ Örneğin $(2105)_8$ sayısı analiz edilirse;

Dijit	2	1	0	5
Basamak sırası	3	2	1	0
İkili ifadesi	010	001	000	101
Basamak çarpanı	8^3	8^2	8^1	8^0
Basamak desimal değeri	$8^3 \times 2 = 1024$	$8^2 \times 1 = 64$	$8^1 \times 0 = 0$	$8^0 \times 5 = 5$

➔ $(2105)_8 = (010001000101)_2$

➔ $(2105)_8 = (1093)_{10}$

Sekizli (oktal) sayı sistemi

- İkili tabandaki sayı oktal tabana dönüştürülürken sağdan sola doğru 3 bitlik gruplara ayrılır. Örneğin;
- $(10001000101)_2$ sayısı: **0**10 001 000 101 şeklinde ifade edilir. 3 bitlik grupların birincisi 2 bit olarak kaldığı için bu grubun soluna toplamada etkisiz eleman olan 0 eklenir.
- 3 bitlik grupların oktal dönüşümleri yapılarak, sayının oktal karşılığı bulunur: $(010 \rightarrow 2) (001 \rightarrow 1) (000 \rightarrow 0) (101 \rightarrow 5) = (2015)_8$

Sekizli (oktal) sayı sistemi

- Desimal sayının oktal sistemde karşılığını bulmak daha karmaşıktır.
- Örneğin $(1093)_{10}$ sayısını oktal sisteme dönüştürmek aşağıdaki şekilde yapılabilir:

$$1093 \div 8 = 136 \text{ (kalan } \rightarrow 5)$$

$$136 \div 8 = 17 \text{ (kalan } \rightarrow 0)$$

$$17 \div 8 = 2 \text{ (kalan } \rightarrow 1)$$

$$2 \div 8 = 0 \text{ (kalan } \rightarrow 2)$$

- İşlemden elde edilen kalanlar aşağıdan yukarıya yazılarak desimal sayının oktal karşılığı bulunur:

$$(1093)_{10} = (2105)_8$$

On altılı (hexadecimal) sayı sistemi

- Bazı kaynaklarda «Base 16» olarak da geçen on altılı sayı sistemi; «0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F» dijitlerini kullanır. Günümüz bilgisayarında en yaygın kullanılan sayı sistemidir.
- Bir on altılı sayı $(xyz)_{16}$ şeklinde gösterilir.
- Her on altılı dijit, dört ikili dijit ile yani 4 bit ile ifade edilebilir.
- 4 dijitten oluşan bir on altılı sayı: $16 \times 16 \times 16 \times 16 = 65536$ farklı değer alabilir. Oysa 4 dijitten oluşan bir desimal sayı 10000 farklı değer alabilir. 4 dijitten oluşan ikili sayı; $2^4 - 1 = 15$ farklı değer alabilir.
- Bir sayının on altılı sistemde olduğunu ifade etmek için genellikle başına «0x» ifadesi eklenir. Örneğin Windows işletim sistemi mavi ekran hatasında gösterilen örnek bir bellek adresi aşağıdaki şekildedir:

```
*** STOP: 0x0000007E (0xC0000005, 0xF88FF190, 0x0xF8975BA0, 0xF89758A0)
```


Sayı sistemleri karşılaştırması

İkili	Sekizli	Onlu	On altılı	İkili	Sekizli	Onlu	On altılı
0000	0	0	0	1000	10	8	8
0001	1	1	1	1001	11	9	9
0010	2	2	2	1010	12	10	A
0011	3	3	3	1011	13	11	B
0100	4	4	4	1100	14	12	C
0101	5	5	5	1101	15	13	D
0110	6	6	6	1110	16	14	E
0111	7	7	7	1111	17	15	F

ASCII tablosu

Dec	Hex	Oct	Char	Dec	Hex	Oct	Char	Dec	Hex	Oct	Char	Dec	Hex	Oct	Char
0	0	0		32	20	40	[space]	64	40	100	@	96	60	140	`
1	1	1		33	21	41	!	65	41	101	A	97	61	141	a
2	2	2		34	22	42	"	66	42	102	B	98	62	142	b
3	3	3		35	23	43	#	67	43	103	C	99	63	143	c
4	4	4		36	24	44	\$	68	44	104	D	100	64	144	d
5	5	5		37	25	45	%	69	45	105	E	101	65	145	e
6	6	6		38	26	46	&	70	46	106	F	102	66	146	f
7	7	7		39	27	47	'	71	47	107	G	103	67	147	g
8	8	10		40	28	50	(72	48	110	H	104	68	150	h
9	9	11		41	29	51)	73	49	111	I	105	69	151	i
10	A	12		42	2A	52	*	74	4A	112	J	106	6A	152	j
11	B	13		43	2B	53	+	75	4B	113	K	107	6B	153	k
12	C	14		44	2C	54	,	76	4C	114	L	108	6C	154	l
13	D	15		45	2D	55	-	77	4D	115	M	109	6D	155	m
14	E	16		46	2E	56	.	78	4E	116	N	110	6E	156	n
15	F	17		47	2F	57	/	79	4F	117	O	111	6F	157	o
16	10	20		48	30	60	0	80	50	120	P	112	70	160	p
17	11	21		49	31	61	1	81	51	121	Q	113	71	161	q
18	12	22		50	32	62	2	82	52	122	R	114	72	162	r
19	13	23		51	33	63	3	83	53	123	S	115	73	163	s
20	14	24		52	34	64	4	84	54	124	T	116	74	164	t
21	15	25		53	35	65	5	85	55	125	U	117	75	165	u
22	16	26		54	36	66	6	86	56	126	V	118	76	166	v
23	17	27		55	37	67	7	87	57	127	W	119	77	167	w
24	18	30		56	38	70	8	88	58	130	X	120	78	170	x
25	19	31		57	39	71	9	89	59	131	Y	121	79	171	y
26	1A	32		58	3A	72	:	90	5A	132	Z	122	7A	172	z
27	1B	33		59	3B	73	;	91	5B	133	[123	7B	173	{
28	1C	34		60	3C	74	<	92	5C	134	\	124	7C	174	
29	1D	35		61	3D	75	=	93	5D	135]	125	7D	175	}
30	1E	36		62	3E	76	>	94	5E	136	^	126	7E	176	~
31	1F	37		63	3F	77	?	95	5F	137	_	127	7F	177	

Veri büyüklüğü

Birim	Büyüklüğü	Örnek
Bit (b)	ikili ifade. 1 veya 0 gibi.	Açık/kapalı +5V/0V
Bayt (B)	1 B = 8 bit	ASCII kodlamasında bir karakteri ifade edebilir.
Kilobayt (KB)	1 KB = 1024 B	Tipik bir mail 2KB Eski bilgisayar RAM' i 64KB
Megabayt (MB)	1 MB = 1024 KB	1 floppy disket 1,44 MB Bir CD-ROM yaklaşık 700MB
Gigabayt (GB)	1 GB = 1024 MB	1 DVD-ROM 4,7GB 1 DL DVD-ROM 8,5 GB
Terabayt (TB)	1 TB = 1024 GB	Günümüz sabit diskleri büyüklüğü birimi Optik fiberden 1 saniyede taşınan veri